

Quadrar: aprenentatge



Taula

Immersió en els nombres.....	2
Percepcions de quantitats en els nens i les nenes en els primers anys d'aprenentatge	2
Correspondències biunívokes	4
Palets en comptes d'osques.....	5
Resum	7

Immersió en els nombres

Els nens i les nenes de la nostra societat estan immersos, des de que neixen, en un món on el nombre és omnipresent, ja que el trobem no només com a indicador de quantitats, com a índex o representació d'una mesura, sinó també com a identificador (matrícules, telèfons, portes de cases...). Per altra banda, un dels ensenyaments més explícits que es fan a nivell familiar en els primers anys de la infància està relacionat amb els nombres. Un exemple clar és que poques són les criatures que se'n lliuren d'un entrenament digital per reaccionar a la instrucció: "Digues quants anys tens". També acostuma a produir-se a les famílies un ensenyament explícit de la seqüència numèrica: "un-dos-tres-quatre..." amés d'altres nombres concrets com l'autobús que s'agafa diàriament, el pis en que es viu, l'any, etc. Per tant la canalla viu *contaminada* pels nombres des que "obre els ulls i les oïdes". Però, com en molts altres casos, l'ús no implica necessàriament la comprensió. Mirem com s'inicia aquesta comprensió.

Percepcions de quantitats en els nens i les nenes en els primers anys d'aprenentatge

Dickson-Brown-Gibson (1991) esmenten estudis fets a la dècada dels 70 del segle passat per Schaeffer, Eggleston i Scott amb nens i nenes entre 2 i gairebé 6 anys sobre reconeixement d'agrupacions.

Amb canalla compresa entre els dos i els cinc anys, els resultats mostraven que, en un primer estadi, es reconeixien visualment, sense comptar-los, grups d'un o dos objectes i, de vegades, de tres o quatre. Aquesta percepció no era tan bona quan l'experiència era auditiva (per exemple tocs de timbal). Altres estudis realitzats amb alumnes de dos anys, citats a la mateixa obra i de la mateixa dècada, qüestionen parcialment aquests resultats ja que, segons el seu autor, els nens i les nenes sabien i realitzaven correctament l'acció de comptar fins a tres. Aquesta explicació és plausible en el context de "contaminació numèrica" esmentat a l'apartat anterior però tampoc té per què significar una contradicció tan evident amb la *teoria de la percepció*. Per altra banda altres experiències fetes pel mateix equip d'Schaeffer fan pensar, com a mínim, amb aquests pre-coneixements numèrics de l'alumnat objecte d'estudi. Preguntant si "preferien tenir dos dolços o sis dolços" i fent combinacions semblants, va poder observar que l'alumnat responia correctament si un dels nombres era inferior a cinc i l'altre distava en quatre unitats per sobre.

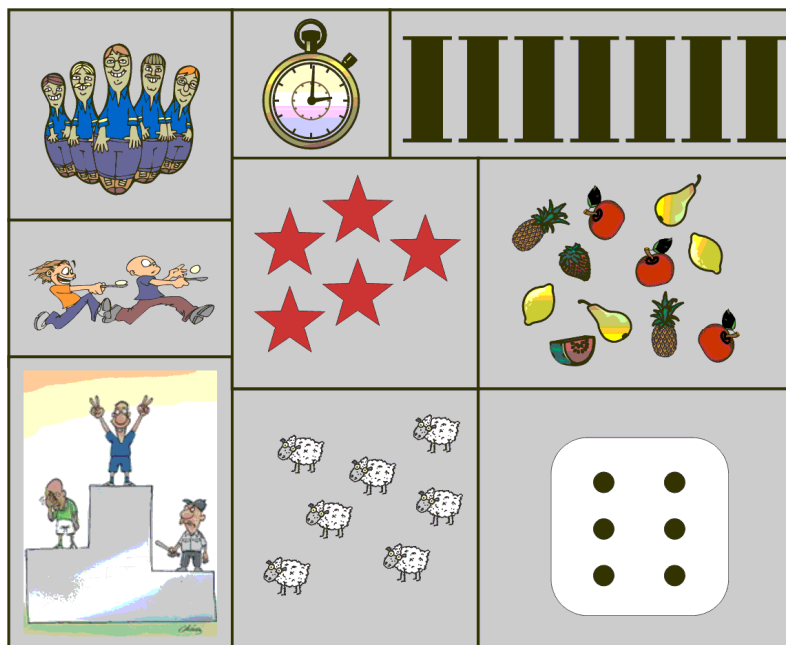
A partir dels tres anys, en un segon estadi, sembla millorar la percepció de petits grups (fins a quatre elements) tot i que molts nens i nenes ja compten explícitament abans de respondre, encara que, en alguns casos, sigui només per confirmar la quantitat percebuda.

Al voltant dels quatre anys s'assoleix un tercer estadi: els nens i les nenes perceben grups d'un a quatre elements sense necessitat de confirmació amb recompte. El grau d'èxit és superior si ha fet la pràctica de comptar aquestes petites quantitats moltes vegades, si hi hagut un cert "entrenament".

A proves més recents fetes a per Carme Barba (2005) amb nenes i nen de 1r de primària s'obtenen resultats semblants. A una de les experiències, com a fet curiós, en la que es presentava una fitxa de dòmino gran en cartolina amb dos i cinc punts i se'ls hi demanava el total hi ha dos casos en els que no es suma i es donen les quantitats parcials (dos i cinc en un cas i, sorprenentment, vint-i-cinc a l'altre; sembla haver-hi com una resistència a reunir els dos grups de nombres).

En conclusió, es fa difícil saber fins a quin punt els nens i les nens reconeixen certes quantitats "a primer cop d'ull", sense comptar. Les experiències fetes semblen tenir limitacions ja que, per exemple, s'han de conèixer els primers nombres (com a mínim fins al cinc) i el grau de coneixement d'aquests nombres afecta als resultats de les proves realitzades.

Podem, però, fer una petita pràctica nosaltres mateixos/es observant aquestes agrupacions (semblants a les proposades per Ifrah-1997) i preguntant-nos fins a quin punt "hem vist" o "hem comptat".



Si pensem en les estratègies que hem fet servir trobarem reconeixements directes de quantitats (un i dos ben segur), reconeixements culturals (tres pel podi i sis pel dau), agrupaments diferents (les estrelles en un grup de 3 i un altre de dos, probablement les I de tres en tres o de dos en dos...). Segurament els fruits els haurem d'haver comptat d'una manera o una altra.

Una experimentació personal amb 12 alumnes entre 13 i 16 anys de l'IES Alella que formen part del Club de Matemàtiques de l'institut mostra resultats que es corresponen amb les previsions per l'alumnat de secundària i adults. Se'ls hi van mostrar 20 imatges durant mig segon cadascuna. Després de veure cada imatge havien de contestar quants objectes havien vist.

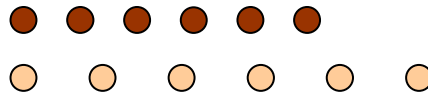
- l'encert és pràcticament total amb grups entre 1 i 5, estiguin ordenats o no. Només alguns nois o noies fallen al final segurament per cansament o perquè en algun moment de la prova "s'han perdut"
- amb grups entre 6 i 9 ordenats l'encert és total excepte en una imatge "trampa". A la setena imatge es veia la Blancaneus i a la desena una altra amb només 6 nans. Només 2 dels 12 nois/es contesten correctament que eren 6. El factor cultural ha dominat.
- Amb un grup de 6 desordenat l'encert és del 90% però amb 8 baixa al 50 %. El percentatge millora lleugerament si els objectes estan formant dos petits grups. Per a 9 elements (5-4) encara es manté en la meitat però per a 7 (4-3) ja són els 2/3 que contesten correctament.
- amb quantitats entre 10 i 15 els resultats varien molt. Hi ha un encert total en una imatge amb una dotzena d'ous col·locats en tres fileres de quatre ous, en canvi baixa als 2/3 si hi ha tres fileres de cinc. Una imatge amb 10

elements desordenats només és reconeguda per 1/3 de l'alumnat, en canvi ordenada en forma de triangle (1-2-3-4) o descomposta en tres grups (3-3-4) és reconeguda per la meitat.

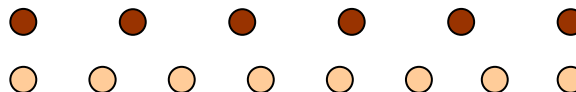
Correspondències biunívokes

Piaget i Beth (1961, ed. 1980) indiquen com a condicions mínimes per l'adquisició del nombre que es sàpiga fer una correspondència biunívoca entre dues col·leccions petites (entre cinc i set elements) i que, a més, es pensi que aquesta equivalència es conserva encara que la disposició física d'aquests elements es modifiqui (*conservació de la quantitat*). Són moltes i conegudes les experiències que ratifiquen la idea de que la forma en que estan distribuïts els elements de dues col·leccions afecta a la seva comparació cardinal. Així:

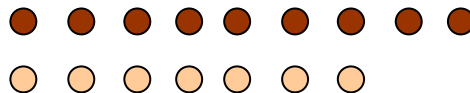
- a) dues col·leccions iguals que ocupen diferents longituds seran diferents en quantitat.



- b) dues col·leccions diferents que ocupen longituds iguals seran considerades idèntiques.



- c) dues col·leccions perfectament alineades, amb els elements encarats un a un, podran ser comparades exitosament.



Segons aquests autors, només a partir dels set o vuit anys la comparació cardinal es pot fer correctament prescindint d'aquesta comparació òptica. Sembla que els nens i les nenes han de passar per tres estadis per fer correspondències biunívokes correctes entre dos conjunts equivalents:

1. Un en la que fan comparacions globals sense fer equivalències duradores (dels 3 ½ anys als 5 ½)
2. Un altre en la que es fan correspondències no perdurables, que varien amb la disposició (majoritàriament entre els 5 i els 6 ½ anys)
3. Un en que les correspondències tenen una equivalència duradora (en molts casos a partir dels 5 ½ anys)

Per passar d'un estat a un altra de superior en el procés de *comparació terme a terme* s'ha de fer una transició entre fer una correspondència biunívoca *qualificada* (segons qualitats: formes, longitud total...) a fer posteriorment una comparació *qualsevol*, més elaborada i madura, on es fa una abstracció de les qualitats i cadascun dels elements d'una de les col·leccions s'associa a qualsevol dels altres.

Les experiències de Piaget sobre correspondències han estat llarga i freqüentment repetides. Els resultats han estat confirmats moltes vegades i criticats moltes altres. Les crítiques més freqüents fan referència a la metodologia utilitzada. Per

exemple es considera que el fet de comparar dues col·leccions enfrontades produeix uns resultats pitjors que si es fa comparar una agrupació amb sí mateixa després de modificar davant del nen o la nena la seva distribució. Un altra crítica es refereix a que es pot considerar que *quantitat* i *nombre* són conceptes diferents ja que *quantitat* té una dimensió espacial que no té el *nombre*.

Un altre exemple de concepte de transformació de col·lecció el trobem explicat per Carbó i Gràcia (2002). Es donaven als infants set retoladors i els seus set taps separats i es demanava què hi havia més: retoladors o taps. Si la resposta era incorrecta se'ls hi convidava a posar cada tap a cada retolador per observar que les quantitats eren iguals. Després se'ls hi tornava a demanar si encara pensaven que hi havia més d'una de les dues coses. Es va observar que alguns nens/es encara deien que hi havia més retoladors i que ho justificaven dient que "ara els taps estan als retoladors". Els autors de l'experiència interpreten que l'alumnat ha integrat el tap al retolador i ja no veu els taps com un conjunt diferenciat.

Un exemple de construcció de correspondències resolt per molts infants exitosament, i d'una manera natural, és quan, per exemple, es guarden peces d'una joguina on cada peça té un lloc assignat. Els nens i les nenes observen ràpidament que falta alguna peça si queda algun lloc buit.

Palets en comptes d'osques

Malgrat les dificultats que pot tenir la canalla petita en la *interpretació* de correspondències terme-a-terme no sempre sembla tenir les mateixes en la *construcció* d'aquestes. Una experiència feta amb nens i nenes de 3 a 5 anys als EEUU (Martí, E., 2005; compilat a Alvarado-Brizuela) en la que es volia veure quina mena d'anotació feien per recordar més tard quants objectes hi havia en una col·lecció inferior a 10, va mostrar que als tres anys s'obtenen tres tipus d'anotació: numèrica, iterativa (com les marques amb palets) o globals (signes figuratius sense referència a la quantitat). Però es va veure que als 4 i als 5 anys, tot i predominar les representacions numèriques encara hi havia una part important de nens i nenes que aplicaven mètodes iteratius, segurament perquè els trobaven més transparents que els nombres. A una altra experiència realitzada a l'Argentina (Scheur N., Germano A.; 2005; compilat a Alvarado-Brizuela) s'explica el cas d'un nena que després de fer servir tres palets (| | |) per representar "tres gols", fa el següent quan se li demana representar "cinc gols" amb nombres: 1 1 1 1 1 1. Deixant de banda l'error d'haver escrit sis uns, es veu una resistència a abandonar un mètode de representació que sembla que es correspon més amb la realitat que la representació amb símbols arbitraris. Els mateixos autors transcriuen aquest diàleg amb un altre nen de 6 anys, després que representés "set cebes" amb set palets:

ENTREVISTADORA: Algunos chicos anotan siete así, otros en cambio lo anotan así (mostrando, respectivamente, una tarjeta con una notación múltiple con cifras seriadas y otra con el numeral «7»), ¿Dónde te parece que dice mejor «siete»?

JORGE: (Señaló la propia serie de palitos.) Éste, porque tiene... van siendo más. Van siendo más palitos.

ENTREVISTADORA: ¿Más palitos? ¿Cuántos palitos tienen que ser?

JORGE: Siete.

ENTREVISTADORA: (Señalando «7».) Y acá, ¿podrá decir siete?

JORGE: No, tiene uno.

ENTREVISTADORA: ¿Y entonces?

JORGE: Dirá uno nomás.

La franja d'edat que estudia aquest treball no és la dels primers anys, sinó la compresa entre els 10 i el 14 anys. En aquest període l'alumnat ja és perfectament capaç de copsar petites quantitats pràcticament de la mateixa manera que ho faria un adult i sap establir correspondències "un a un" sense deixar-se distorsionar per aspectes distributius. En fa ús, però, d'aquestes correspondències com a mètode substitutori del comptar pròpiament? En part sí i en part no. Utilitza, igual que els adults, les correspondències com a *mètode d'ajuda* al recompte. Per exemple quan es recompten freqüències d'algun fet (vots a delegat, tirades d'un dau...) és usual anar fent palets al full o a la pissarra. Aquests palets es poden marcar o agrupar de diferents maneres (algunes més elaborades que altres) per permetre un recompte final àgil. Però no cal dir que si la distribució de les marques, amb la metodologia que sigui, està prou alineada no caldria comptar per respondre a la pregunta: a quina fila hi ha més marques? Fins i tot aquestes tècniques de recompte van estar valorades a les proves de competències bàsiques de l'alumnat de 2n d'ESO passades al curs 2005-06.

Models de recompte a palets		
Palets sense agrupar	8	
	14	
Palets agrupats	8	
	14	
Palets tatxats (1)	8	
	14	
Palets tatxats (2)	8	
	14	
Quadrats de 5	8	□ □
	14	□ □ □
Quadrats de 10	8	○ — ○ ○ — ○
	14	○ — ○ — X ○ — ○ —

Resum

Quan els nens i les nenes arriben a l'escoles ja tenen un cert bagatge numèric per impregnació social o intervenció familiar. Aquest és un dels factors que afecta a la investigació sobre la seva percepció de quantitats petites a més de ser difícil d'esbrinar quan es compta i quan es reconeix. Tot i així s'ha vist que el reconeixement millora si s'ha practicat molt el recompte. En tots el casos al voltant dels cinc o sis anys la canalla no té dificultats per reconèixer agrupacions de quatre elements.

Per comparar quantitats més grans, que no es puguin reconèixer a cop d'ull, la capacitat de fer correspondències terma-a-terme sembla que no s'adquireix totalment fins als sis anys. En aquests moment la majoria de nens i nenes deixen de tenir en compte aspectes com distribució espacial dels dos conjunts a comparar.

Per altra banda la canalla fa servir mètodes de correspondència informal (equivalents a les osques prehistòriques) quan fa recomptes amb marques de palets o quan es recullen peces d'un joc a una capsa amb espais específics per a cada peça: si sobra un espai, falta una peça.